



## LEZIONE # 12

La misura della lunghezza porta alla conoscenza della *geometria dei corpi*, ovvero alle loro "dimensioni". Sulla misura della lunghezza si basano anche molte misure (indirette) di altre grandezze fisiche. Tra tutte le misure che si possono eseguire nelle applicazioni della tecnica, solo apparentemente la misura della lunghezza è la più semplice. Infatti, se una misura di lunghezza effettuata con un regolo graduato è senza dubbio un'operazione immediata, non lo è altrettanto la misura, ad esempio, delle lunghezze e della geometria dei distretti anatomici interni al corpo umano, eseguite per mezzo di complessi metodi ecografici, oppure con raggi X o mediante tecniche ad NMR.

Cominciando dai casi più semplici, in figura 12.1 si richiama brevemente il **regolo graduato**, cioè il "metro comune" a fettuccia metallica, di legno ripiegato o comunque esso sia realizzato. Si osservi subito il fatto importante che quando si parla di misura della lunghezza  $L$  con un regolo graduato, il termine "approssimazione" è sinonimo di *sensibilità* e non di *precisione*. Dire che si è effettuata una misura di lunghezza con l'approssimazione di 1mm significa dire che il regolo a disposizione riesce a far apprezzare con la sua scala graduata differenze di lunghezza di un millimetro. La precisione di tale misura, ovvero la differenza tra il valore numerico rilevato ed il valore vero può dipendere da molti altri fattori.

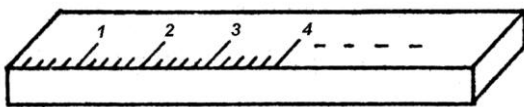


Figura 12.1

In realtà, oltre che uno strumento tarato, il metro comune, su qualunque tipo di supporto, è più propriamente un "campione" di lunghezza con il quale le misure si eseguono per confronto diretto.

Sulla scala graduata del metro, ad occhio nudo non si riesce ad apprezzare più del mezzo millimetro. Esistono però degli strumenti, usati quotidianamente nelle officine meccaniche che migliorano l'approssimazione grazie a dei sistemi di amplificazione meccanica molto intelligenti. Uno di questi strumenti è il **calibro a nonio**, di cui si riporta uno schema sotto nella figura 12.2.

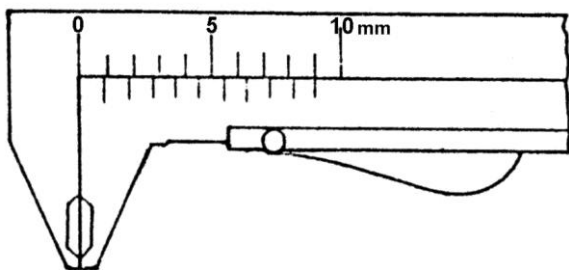


Figura 12.2

Il calibro è uno strumento che si adopera a mano, costituito di due parti che possono scorrere tra loro per mezzo di una rotaia a coda di rondine. Per effettuare la misura occorre aprire le ganasce, facendo scorrere le due parti, ed inserire il pezzo da misurare. Sulla parte superiore (fissa) è incisa una scala graduata di una ventina di centimetri con l'approssimazione del millimetro, mentre sulla parte inferiore (mobile) è incisa una scala muta (senza numeri) che suddivide 9 mm in dieci parti. In tal modo ogni tacca della scala mobile ha una lunghezza di 0.9 mm.

Quando il pezzo viene inserito tra le ganasce, la prima delle tacche mobili, posta a filo con la battuta della ganascia mobile, andrà ad indicare un punto sulla scala fissa graduata. In generale, è assai improbabile che la tacca mobile vada a cadere esattamente in corrispondenza di una delle tacche fisse, circostanza che indicherebbe una misura del pezzo corrispondente ad un numero intero di



millimetri. Piuttosto essa indicherà un punto compreso tra due tacche fisse  $x$  ed  $y$ , come indicato nella figura 12.3.

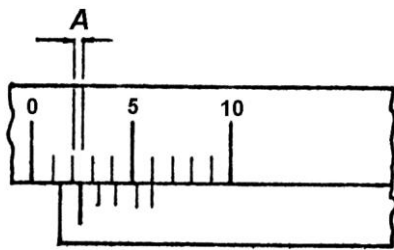


Figura 12.3

Per valutare la frazione di millimetro, indicata con  $A$  nella figura 12.3, occorrerà semplicemente osservare qual è la prima delle tacche mobili che coincide con "una qualunque" delle tacche fisse. Se osserviamo la tacca  $n$  ( $n \leq 10$ ), si può affermare che il pezzo misura " $x$  millimetri ed  $n$  decimi" perché ogni tacca mobile "rimane indietro" di 0.1 mm rispetto alle tacche fisse e la tacca  $n$ -esima individua proprio di quanti decimi di mm è costituito il segmento  $A$  indicato in figura (0.4 mm). Un calibro così costituito consente un' *approssimazione di 1/10 di millimetro*.

Se si desidera migliorare l' approssimazione conseguita è possibile costruire un calibro con un nonio che suddivida 19 mm fissi in 20 tacche mobili. Un calibro così fatto, utilizzato nel modo appena descritto, avrebbe un' approssimazione di *1/20 di millimetro*. Calibri con l' approssimazione di 0.05 mm pongono già qualche problema nell' uso, in quanto risulta difficile giudicare "quale" tacca mobile coincide con una di quelle fisse.

Se nella misura è necessariamente richiesta un' approssimazione più spinta, occorre quindi cambiare strumento e passare al *palmer*, il cui schema è riportato sotto nella figura 12.4.

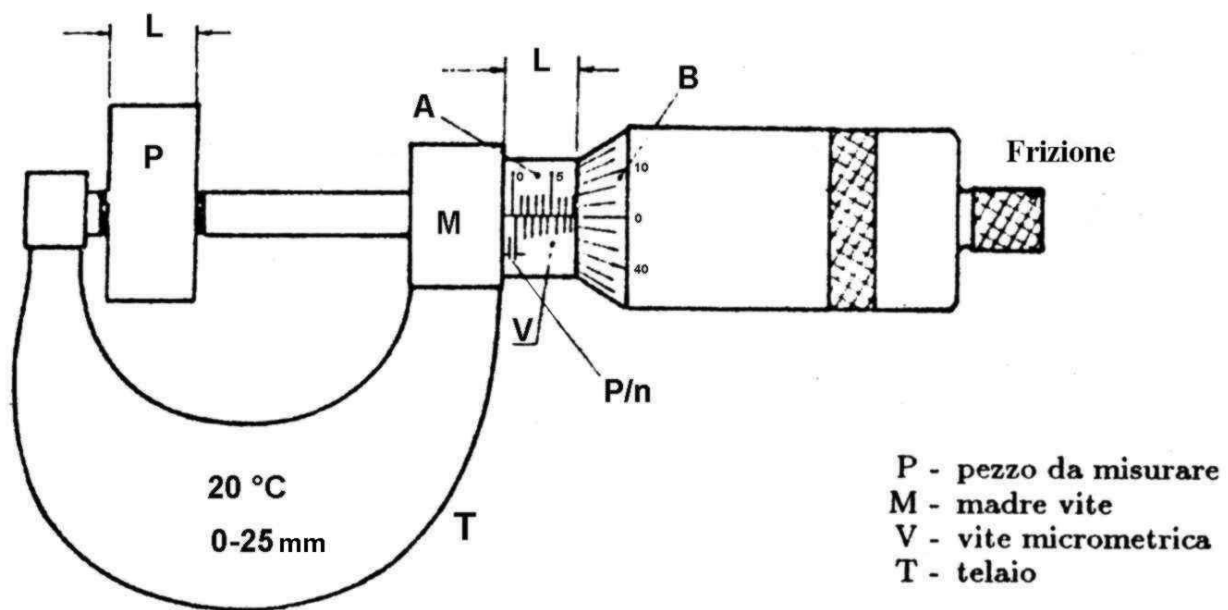


Figura 12.4

Anche il palmer è uno strumento manuale. Esso è costituito da un telaio (T) e da una coppia vite-madrevite di precisione con passo di  $\frac{1}{2}$  millimetro. Sulla madrevite (M), solidale al telaio, è incisa la scala fissa (A) mentre sulla vite è incisa la scala mobile (B). La scala fissa è graduata in 0.5 millimetri ( $P/n$ ), mentre la scala mobile suddivide un giro della vite in 50 parti. Sul telaio compare inciso il *campo di misura* in millimetri e la *temperatura di esercizio* consigliata in gradi centigradi.



Il pezzo da misurare (P) viene posto tra l'incudine e la vite micrometrica aperta. Si procede quindi serrando la vite fino al contatto con il pezzo. Da questo punto in poi si continua a serrare agendo su di una frizione, posta sull'estremo della vite micrometrica, che impedisce di stringere il pezzo con forze superiori a 10 N. Questo accorgimento evita che una forza di serraggio eccessiva possa deformare il pezzo, e quindi compromettere l'accuratezza della misura (*errore d'inserzione*). A questo punto, per ottenere la misura, basta leggere sulla scala (A) della madrevite quante tacche da 1/2 millimetro corrispondono alla posizione di serraggio del pezzo ed aggiungere ad essi tanti centesimi di millimetro quanti se ne leggono sulla scala mobile (B) della vite micrometrica. Infatti, con un passo di 1/2 millimetro, suddividere un giro della vite micrometrica in 50 parti significa far corrispondere alla frazione di giro equivalente ad una tacca mobile un avanzamento della vite di  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{50} = \frac{1}{100}$  di millimetro. Il palmer appena illustrato ha quindi un'approssimazione di 1/100 di millimetro e prende anche il nome di **palmer centesimale**. Con approssimazioni dell'ordine dei 10 μm, si comprende come sia importante eseguire la misura nelle condizioni di temperatura prescritte, in modo da evitare deformazioni termiche del telaio dello strumento. Prima di iniziare una misura con il palmer, è buona norma portare la vite a contatto con l'incudine e verificare che la lettura delle scale fissa e mobile dia "zero", in caso contrario lo strumento potrebbe essere danneggiato, o per lo meno è affetto da un errore sistematico. Nel caso del palmer si potrebbe pensare di migliorare l'approssimazione aumentando il numero di tacche sulla scala mobile (B), purtroppo questa operazione non sarebbe supportata dalla precisione di funzionamento della vite micrometrica, che garantisce fino a 1/2 centesimo di millimetro (5μm).

Volendo passare ad utilizzare dei trasduttori elettrici, è possibile basare il loro funzionamento sulla *variazione della resistenza, della capacità, o dell'induttanza* degli elementi elettrici passivi al loro interno. Tali elementi modificano il loro valore, se a causa di una variazione di lunghezza in ingresso al trasduttore, varia la loro geometria o anche le condizioni del campo elettromagnetico al loro contorno.



dove il *modulo* dell'impedenza vale  $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$  con  $R, L$  e  $C$  che hanno i significati ben noti di *resistenza, induttanza* e *capacità*, mentre  $\omega$  è la pulsazione della tensione di alimentazione (eventualmente) alternata.

Se la frequenza della corrente di alimentazione del trasduttore è nulla, l'impedenza  $Z \equiv R$  e i trasduttori corrispondenti prendono il nome di **potenziometri**.

Con riferimento agli esempi in figura 12.5, si riconosce che il potenziometro è costituito da una resistenza alimentata da una tensione costante ( $e_{ex}$ ), percorsa da un cursore che ne "partiziona" il valore di fondo scala  $R$ . Si tratta quindi di un *trasduttore passivo*. La resistenza di un conduttore dipende dalla lunghezza  $l$  e dalla sezione  $S$  del conduttore stesso, secondo la ben nota legge:

$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$  dove  $\rho$  è la **resistività** del materiale. Questa è anche la relazione su cui si basa il

funzionamento del potenziometro. La tensione di uscita del trasduttore è  $e_o = r \cdot i$  con  $r = \rho \cdot \frac{x}{S}$ .

Poiché il potenziometro fornisce in uscita la massima tensione disponibile, pari a quella di

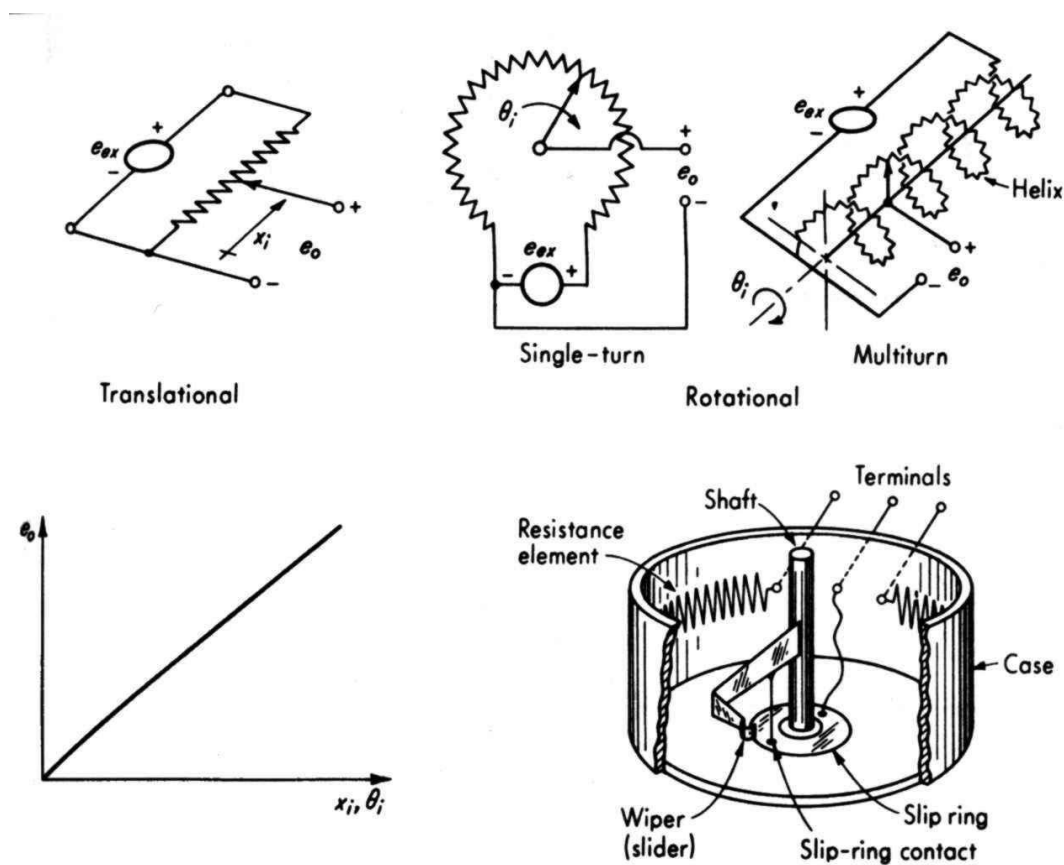


alimentazione  $e_o \equiv e_{ex} = \rho \frac{l}{S} \cdot i$ , quando il cursore si trova in corrispondenza del fondo scala, è

sufficiente mettere a rapporto la relazione generale con quest'ultima per ottenere  $\frac{e_o}{e_{ex}} = \frac{\rho \frac{x}{S} \cdot i}{\rho \frac{l}{S} \cdot i} = \frac{x}{l}$

dalla quale si ricava immediatamente la *curva di graduazione* del potenziometro:  $e_o = \frac{e_{ex}}{l} \cdot x$ . La

*sensibilità* del potenziometro risulta quindi:  $S = \frac{de_o}{dx} = \frac{e_{ex}}{l}$  **costante** ed è espressa in [V/m].



**Potentiometer displacement transducer.**

Figura 12.5

Si osservi in figura che esistono potenziometri *lineari*, potenziometri *angolari* ed *angolari multigiro*. Le realizzazioni costruttive sono anche molto diverse tra loro, ma il principio di funzionamento è per tutti il medesimo. Nel caso di **potenziometro angolare** lo spostamento angolare in ingresso è espresso in radianti  $\theta$ , e la curva di graduazione diventa:  $e_o = \frac{e_{ex}}{2\pi} \cdot \theta$

Si faccia attenzione alla situazione che si verifica per i potenziometri costruiti con filo avvolto a spire giustapposte su di un supporto, indicata in figura 12.6. Poiché lo spostamento della spazzola che "copia" lo spostamento in ingresso al trasduttore avviene attraverso il contatto tra una spira e la successiva, un avanzamento del cursore pari ad "un diametro del filo" comporta il "salto" di un



pezzo di conduttore pari alla lunghezza di una spira completa. La curva di graduazione assume perciò la tipica forma a gradini mostrata in basso a destra nella figura 12.6.

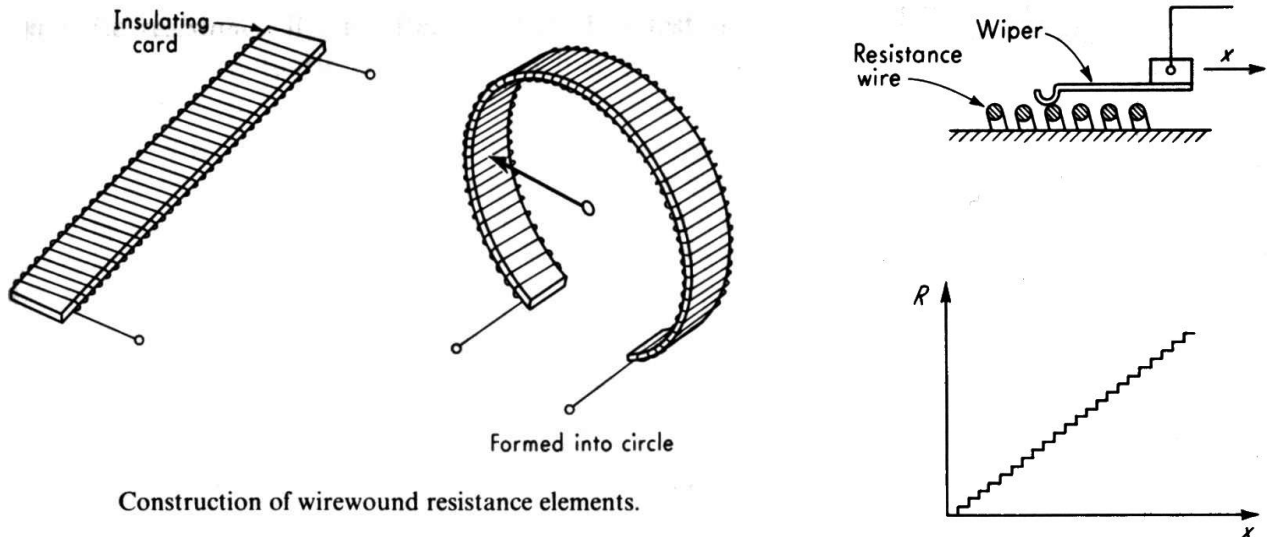


Figura 12.6

I **trasduttori capacitivi** sono basati sulla nota legge  $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$  che esprime la *capacità* di un condensatore in funzione delle *costanti dielettriche*  $\epsilon$ , della *superficie*  $S$  e della *distanza*  $d$  tra le armature del condensatore. Per ottenere un trasduttore di spostamento è possibile far variare sia  $\epsilon_r$ , sia  $S$ , sia  $d$ . Gli schemi di alcune tra le realizzazioni possibili sono riportati in figura 12.7

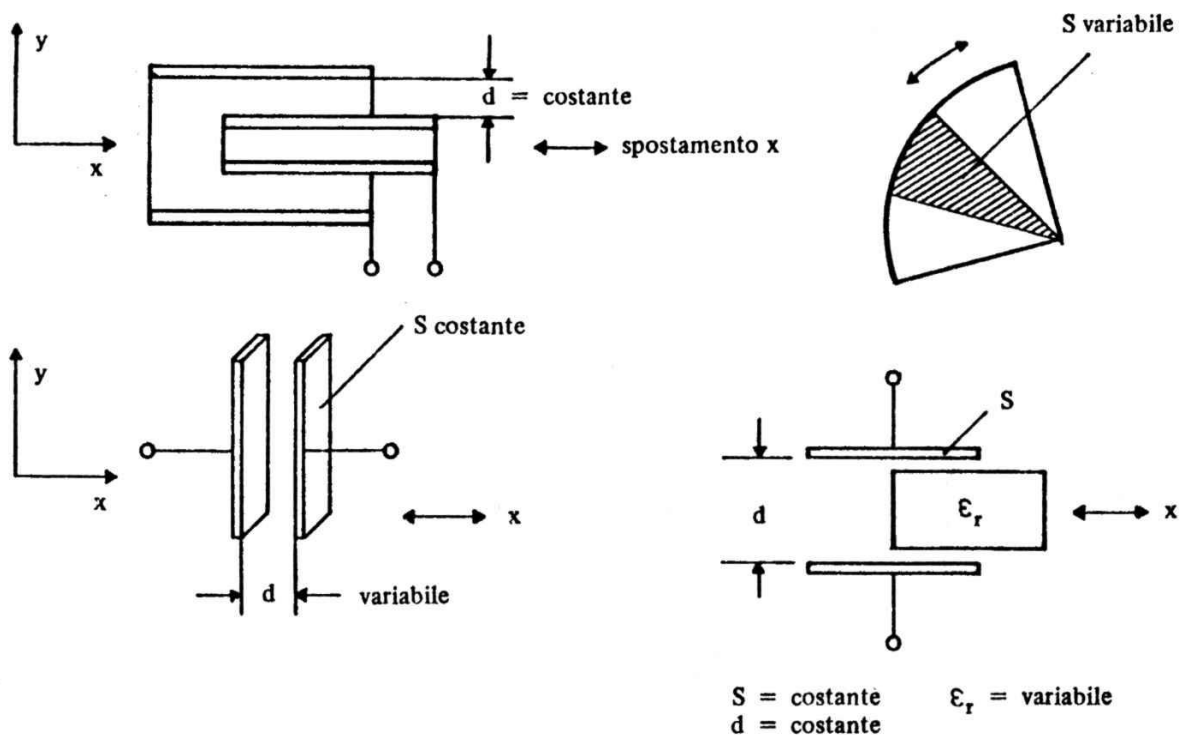


Figura 12.7

L'idea più immediata di far variare la distanza  $d$  tra le armature in modo proporzionale allo spostamento in ingresso al trasduttore, non si rivela sempre la migliore. Infatti, con tale scelta, si otterrebbe una sensibilità  $\frac{dC}{d(d)} = -\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d^2}$  non costante, che dipende dall'inverso del quadrato della grandezza di ingresso. La curva di graduazione di un trasduttore così fatto risulta *iperbolica*, ed è riportata sotto nella figura 12.8.

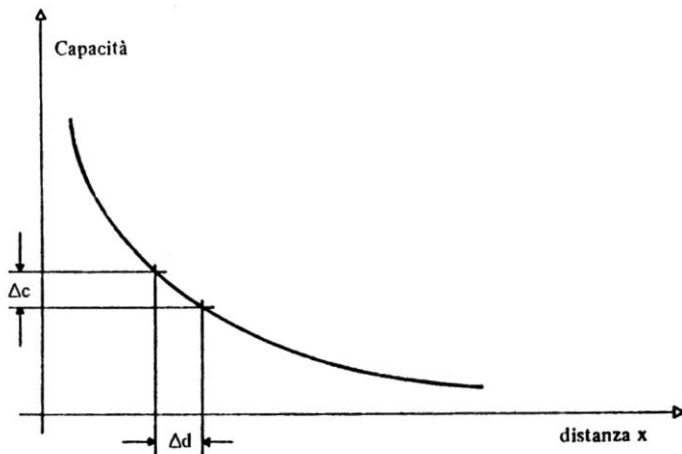


Figura 12.8

Potendo, invece, far variare la superficie  $S$  del condensatore (porzione di area affacciata delle armature), come mostrato in figura 12.7, si ottiene una sensibilità  $\frac{dC}{dS} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{1}{d}$  costante.

Un tale trasduttore, quindi, risulta essere *lineare*.

In certi casi è possibile far dipendere la variazione della costante dielettrica  $\varepsilon_0$  dallo spostamento in ingresso. Anche qui la sensibilità del trasduttore risulta  $\frac{dC}{d\varepsilon_r} = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$  costante e la curva di

graduazione è ancora *lineare*.

I **trasduttori induttivi** sono basati sulla relazione  $L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S}{l}$  che lega l'**induttanza** di una bobina percorsa da corrente alternata alla *permeabilità relativa del mezzo*  $\mu_r$ , al numero  $N$  di spire, alla sezione  $S$  e alla lunghezza  $l$  del solenoide.

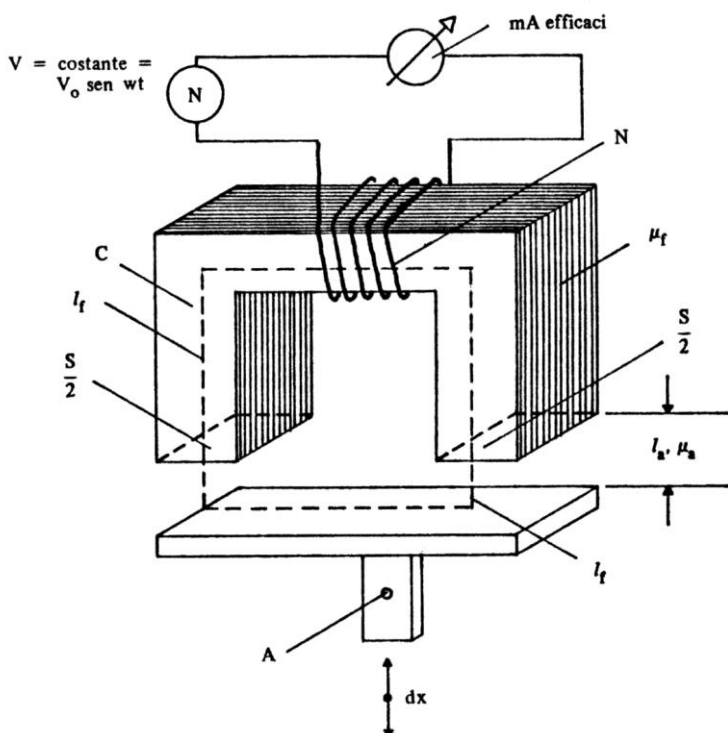


Figura 12.9

Un primo esempio di trasduttore induttivo *passivo* è il **sensore di prossimità a riluttanza variabile**, di cui si riporta uno schema qui a lato nella figura 12.9.

Per un circuito magnetico il cui flusso  $\Phi$  è indotto da una bobina di  $N$  spire con induttanza  $L$  vale la

relazione  $L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}$  dove  $\mathfrak{R}$  è la

**riluttanza** del circuito magnetico.

La riluttanza può essere espressa anche con la relazione:  $\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S}$

Come si può osservare dalla linea tratteggiata della figura a lato, il circuito magnetico (C) si sviluppa per la maggior parte nel ferro  $l_f$ , che ha una permeabilità magnetica



relativa  $\mu_f \geq 10000$ , mentre il piccolo tratto in aria (*traferro*  $l_a$ ), che ha una permeabilità magnetica prossima a quella del vuoto ( $\mu_a \cong 1$ ), costituisce la *parte variabile* del circuito magnetico. Infatti, lo spostamento  $x$  in ingresso al trasduttore, provoca un allontanamento o un avvicinamento dell'ancoretta (A) al pacco di lamierini, andando quindi a variare la lunghezza del circuito magnetico in aria  $l_a$ . La riluttanza magnetica totale del circuito è la somma delle riluttanze del ferro e dell'aria:  $\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_f + \mathfrak{R}_a$ , ma essendo  $\mu_f > 10000 \mu_a$ , a parità di sezione  $S$ , anche se  $l_f > l_a$ , la riluttanza totale risulta praticamente tutta dovuta al traferro  $l_a$ . Questa circostanza ha un effetto fondamentale sull'induttanza della bobina che, pur essendo avvolta sul ferro, risulta praticamente eguale a  $L \cong \frac{N^2}{\mathfrak{R}_a}$ .

Il circuito elettrico che comprende la bobina, è alimentato a tensione alternata  $V = V_0 \sin \omega t$  con ampiezza  $V_0$  e pulsazione  $\omega$  "rigorosamente costanti". Per esso vale la *legge di Ohm*:  $V = Z \cdot I$  dove l'impedenza in genere vale:  $\bar{Z} = R + j\omega L$  e anche la corrente  $I$  sarà alternata. La grandezza in uscita dal trasduttore è il *valore efficace*  $I_{eff}$  misurato dall'amperometro mostrato nella figura 12.9.

Se si realizza la bobina con un elevato *fattore di merito*  $Q = \frac{X_L}{R}$ , è possibile approssimare la legge

di Ohm con la relazione seguente:  $V = Z \cdot I \cong j\omega L \cdot I = j\omega \frac{N^2}{\mathfrak{R}_a} \cdot I = j\omega N^2 \mu_0 \mu_a \frac{S}{l_a} \cdot I$ .

Considerando il valore efficace delle grandezze elettriche alternate di questa relazione si ottiene la *curva di graduazione* del trasduttore di prossimità a riluttanza variabile:  $I_{eff} = \frac{2V_{eff}}{\omega N^2 \mu_0 \mu_a S} \cdot x$  dove

lo spostamento in ingresso vale appunto  $x = \frac{l_a}{2}$ .

La *sensibilità* risulta:  $S = \frac{\Delta I}{\Delta x} = \frac{2V_{eff}}{\omega N^2 \mu_0 \mu_a S}$  *costante!*

Come si vede dalle relazioni appena ricavate si tratta di un trasduttore lineare. Un pregio importante dei trasduttori di prossimità è quello di effettuare la misura senza il contatto con il pezzo in esame, che si avvicina o si allontana variando la lunghezza del traferro. Se il pezzo possiede una permeabilità magnetica relativa  $\mu_r$  sufficientemente elevata (100÷1000) l'ancoretta (A) viene completamente eliminata ed il circuito magnetico si chiude direttamente sul pezzo in esame. Questo tipo di trasduttore non a contatto è usato largamente per la misura degli spessori dei laminati e della rugosità superficiale dei pezzi metallici.

Esistono molti tipi di trasduttori induttivi non a contatto, alcuni dei quali non richiedono neppure l'alimentazione. In questi trasduttori il nucleo di materiale ferromagnetico viene sostituito da un magnete permanente e l'uscita risulta essere la differenza di potenziale prelevata ai capi della bobina stessa. Questi trasduttori sono quindi di tipo *attivo*. Due esempi di trasduttori induttivi attivi sono riportati qui sotto nella figura 12.10.

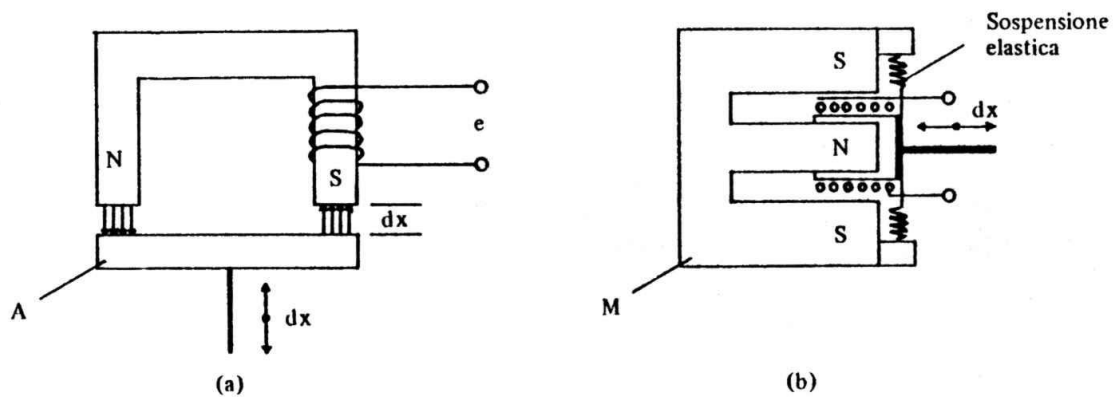


Figura 12.10

Nel caso (a) l'ingresso del trasduttore è sempre lo spostamento  $x$  mentre l'uscita è la tensione  $e_u$ , prelevata direttamente ai terminali della bobina. La legge fisica sulla quale si basa il funzionamento di questi trasduttori è la *legge di Faraday*: 
$$e_u = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dx} \frac{dx}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dx} \dot{x}$$

Si osservi che l'uscita  $e_u$  è proporzionale alla velocità  $\dot{x}$ . Per ottenere lo spostamento  $x$  occorre elaborare il segnale elettrico in uscita dal trasduttore per mezzo di un circuito integratore.

La configurazione (b) illustrata nella figura 12.10 rappresenta una tra le applicazioni più diffuse nella tecnologia, e non solo a scopo di misura. In figura è rappresentata la sezione del trasduttore, che ha il magnete permanente a simmetria cilindrica. L'espansione polare S si trova nella zona circolare esterna e l'espansione polare N è localizzata sul cilindro interno. La bobina è avvolta su di un supporto a forma di "bicchierino rovesciato", tenuto centrato sull'espansione N mediante una sospensione elastica. Lo spostamento in ingresso  $x$  viene imposto direttamente al supporto della bobina che risulta quindi essere una *bobina mobile*. La differenza di potenziale in uscita ai capi della bobina vale: 
$$e_u = -Blv = -Bl\dot{x}$$

Anche in questo caso, per ottenere lo spostamento  $x$  occorre integrare il segnale in uscita dalla bobina.

Sul principio fisico appena esposto sono basati dei trasduttori di spostamento molto particolari ma diffusissimi, non solo nell'ingegneria meccanica: i **microfoni** a bobina mobile. Il fondo del "bicchierino" sul quale è avvolta la bobina costituisce in realtà la *membrana del microfono* che capta le vibrazioni acustiche (*onde elastiche*) trasmesse attraverso l'aria (*il mezzo*) e le traduce in un segnale elettrico  $e_u$ .

Questi trasduttori induttivi a bobina mobile hanno inoltre la caratteristica molto interessante di essere *reversibili*. Progettando opportunamente la geometria del dispositivo, ovvero modificando le dimensioni degli elementi costitutivi in maniera appropriata, è possibile inviare in ingresso alla bobina un segnale elettrico variabile  $e(t)$  che produce in uscita uno spostamento della membrana  $x(t)$ . Se le frequenze del segnale in ingresso sono modulate in maniera opportuna, in uscita dal dispositivo si produce un *suono acustico*. Un tale dispositivo può diventare infatti un **altoparlante** acustico.

Il trasduttore induttivo probabilmente più conosciuto e diffuso per la misura di piccoli spostamenti è il **trasformatore differenziale (LVDT = Linear Variable Displacement Transducer)**. Uno schema di principio del trasformatore differenziale è riportato sotto nella figura 12.11.



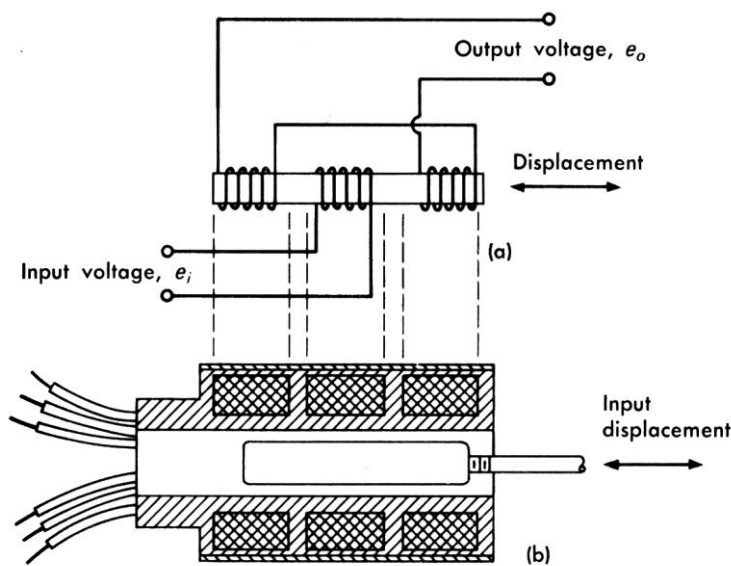


Figura 12.11

L' LVDT è costituito da due elementi fondamentali. Esternamente si ha un corpo cilindrico cavo dentro il quale sono alloggiati *tre avvolgimenti*; un primario disposto al centro e due secondari disposti lateralmente al primario, così come illustrato in figura 12.11 (a). I due avvolgimenti secondari sono collegati tra loro ma hanno la particolarità di essere avvolti in *sensu discorde*. I motivi di ciò saranno chiari tra breve. All'interno del corpo cilindrico, nella parte cava può scorrere un nucleo di materiale ferromagnetico con permeabilità magnetica elevata ( $\mu_r > 10000$ ).

Lo spostamento viene imposto al nucleo dall'esterno mediante un'astina di collegamento di materiale rigorosamente paramagnetico ( $\mu_r \cong 1$ ). L'avvolgimento primario è alimentato con una tensione alternata  $e_i(t)$  di frequenza opportuna. Gli avvolgimenti secondari ricevono i segnali  $E_1$  e  $E_2$  per induzione elettromagnetica attraverso il nucleo ferromagnetico. Avere due secondari avvolti in senso discorde, significa che in uscita sarà presente una differenza di potenziale netta  $E_o = E_1 - E_2$  pari alla "differenza dei potenziali" presenti ai capi dei singoli avvolgimenti secondari. Quando il nucleo risulta perfettamente centrato tra i due secondari, risulta  $E_1 \cong E_2$  ovvero, l'uscita netta in tensione è  $E_o = 0$ . Quando però al nucleo viene imposto uno spostamento,

anche piccolissimo,  $dx \neq 0$  vale in generale la relazione:  $E_o = E_1 - E_2 = (M_{1p} - M_{2p}) \cdot \frac{di_p}{dt}$  che lega

la differenza di potenziale in uscita dal trasduttore alla differenza dei **coefficienti di mutua induzione**  $M_{ip} = \sqrt{L_i L_p}$ , dove  $i=1,2$ . La relazione appena scritta non costituisce ancora una *curva di graduazione* vera e propria, in quanto tra le variabili indicate non figura direttamente la grandezza di ingresso  $x$ . Lo spostamento infatti, agisce implicitamente sulla variazione reciproca dei coefficienti di mutua induzione  $M_{ip}$ . Se, per esempio, si ha in ingresso uno spostamento che provoca un aumento del coefficiente  $M_{1p}$ , contemporaneamente si ha sempre una diminuzione di  $M_{2p}$ . Questa proprietà è dovuta unicamente alla configurazione geometrica degli avvolgimenti dell'LVDT. Si faccia bene attenzione al fatto che la relazione  $E_o = E_1 - E_2$  vale "per ogni istante  $t$ " e che, essendo  $E_1$  ed  $E_2$  tensioni alternate alla stessa frequenza dell'alimentazione  $e_i$ , anche la  $E_o$  di uscita sarà una tensione alternata alla frequenza della tensione di alimentazione.

Una immagine che illustra il principio di funzionamento di un tipico LVDT è riportata sotto nella figura 12.12.

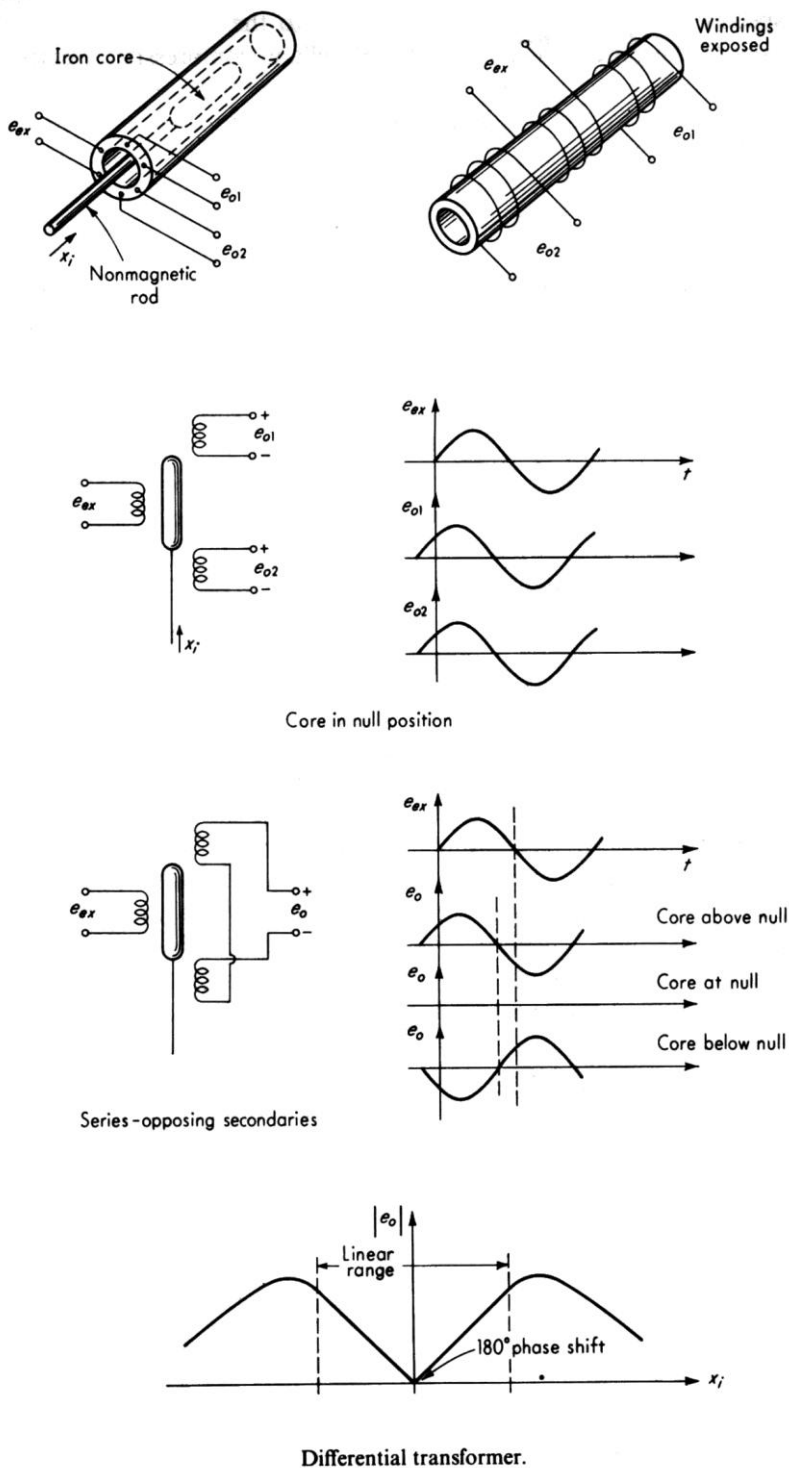


Figura 12.12

del nucleo attraverso la posizione centrale ( $E_o=0$ ) essa subisce uno sfasamento di  $180^\circ$  (opposizione di fase).

Questa circostanza viene utilizzata nella realtà per riconoscere se lo spostamento in ingresso è avvenuto in direzione delle  $x$  positive o viceversa. Il riconoscimento viene effettuato da un dispositivo elettronico chiamato **demodulatore discriminatore di fase**, uno schema elettrico del quale viene riportato a titolo di esempio più avanti, nella figura 12.14. Il discriminatore di fase è un

Vale la pena rimarcare ancora che la variazione inversa dei potenziali  $E_1$  ed  $E_2$  dipende dalla variazione dei coefficienti di mutua induzione  $M_{1p}$  ed  $M_{2p}$ , che a loro volta dipendono da una variazione inversa di  $L_1$  rispetto ad  $L_2$ . Infatti, ad un aumento di  $L_1$  può solamente corrispondere una diminuzione di  $L_2$ , perché l'induttanza di un avvolgimento vale:  $L = \mu_o \mu_r \frac{N^2 S}{l}$

e dipende sempre dal valore della permeabilità magnetica relativa  $\mu_r$ . Quando il nucleo con  $\mu_r$  elevata, "copiando" lo spostamento esterno, si sposta maggiormente verso  $L_1$ , va ad impegnare una porzione di spazio maggiore dentro l'avvolgimento (1), quindi ne aumenta l'induttanza  $L_1$ ; contemporaneamente libera il medesimo spazio dentro l'avvolgimento (2), quindi ne diminuisce l'induttanza  $L_2$ . Il viceversa accade, se il nucleo si sposta verso l'avvolgimento (2). Per trasformare il segnale di uscita  $E_o$  in un segnale *proporzionale* allo spostamento  $x$  in ingresso, una apposita centralina potrebbe estrarre il *valore efficace* di  $E_o$ . Una *curva di graduazione* ottenuta in tal modo è riportata sia nella figura 12.12 che, più sotto, nella figura 12.13 dedicata. Risulta subito evidente che una curva di graduazione ottenuta in tale modo non è una **curva biunivoca**. Infatti l'operazione di estrazione del valore efficace non "mantiene traccia" del fatto che la tensione di uscita  $E_o$  è una *tensione alternata* e che durante il passaggio



*circuito integrato miniaturizzato* ed è un dispositivo quasi sempre contenuto nella centralina dedicata di alimentazione e di manipolazione del segnale, fornita insieme all'LVDT.

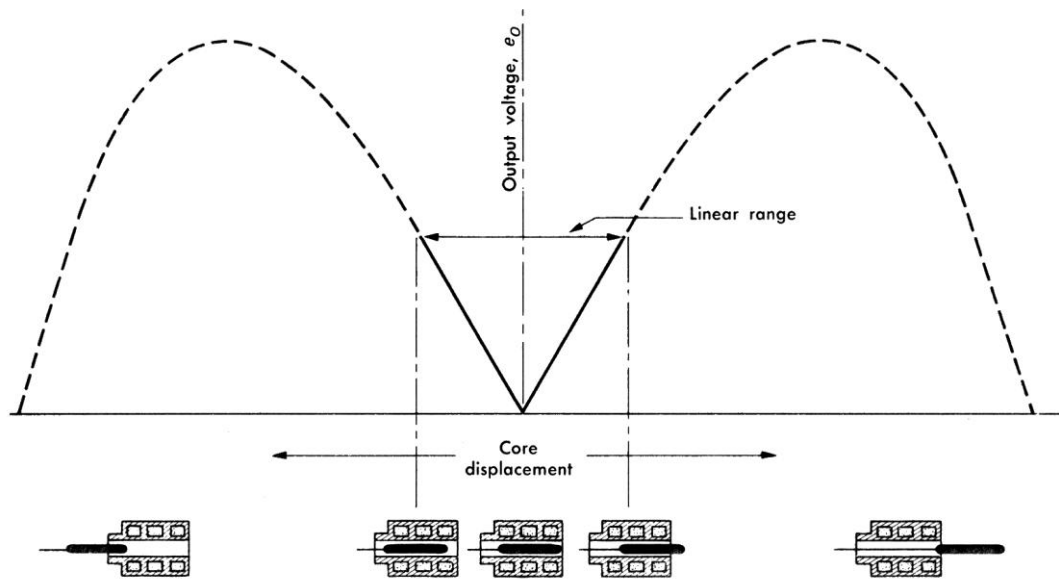


Figura 12.13

Dalla figura 12.13 si riconosce come il trasformatore differenziale sia un *trasduttore lineare* limitatamente ad un certo *campo di misura*.

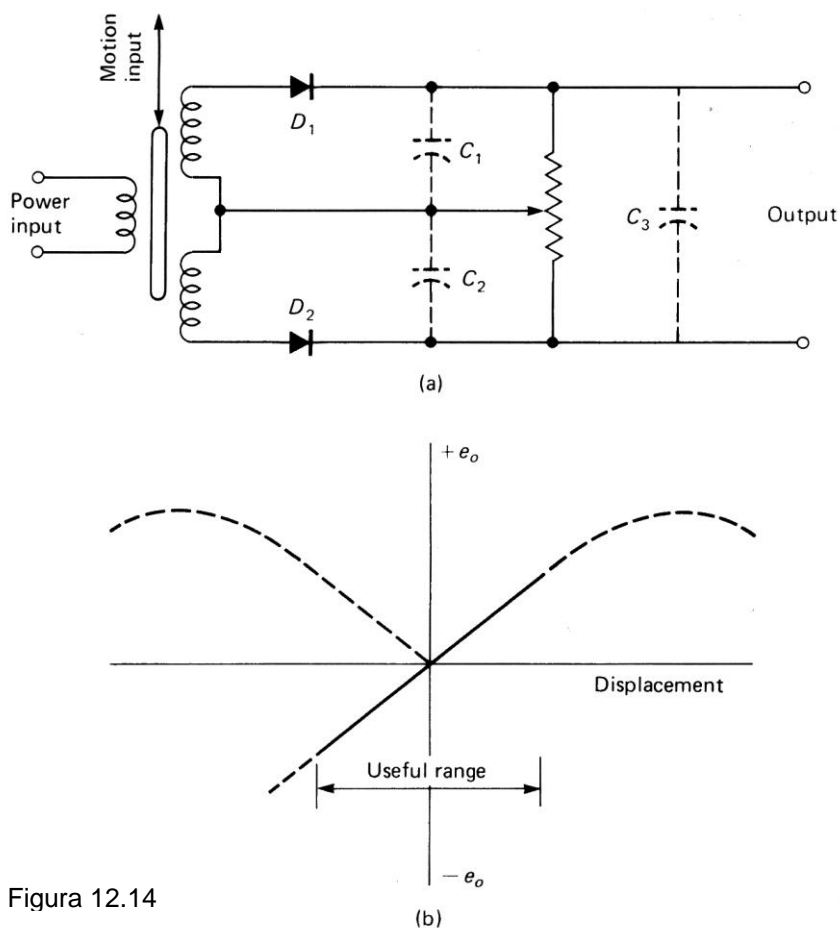


Figura 12.14

Nella figura 12.15 è riportato lo schema del principio di funzionamento di una realizzazione più avanzata per un LVDT con *demodulatore discriminatore di fase a doppio ponte di Gretz*. Dalla figura si riconosce che, una volta effettuato il raddrizzamento di  $E_o$  a doppia semi-onda, il demodulatore estrae il *valore medio dell'onda raddrizzata* che porta con se l'informazione sul segno (+ o -), a seconda del verso nel quale è avvenuto lo spostamento  $x$  del nucleo.

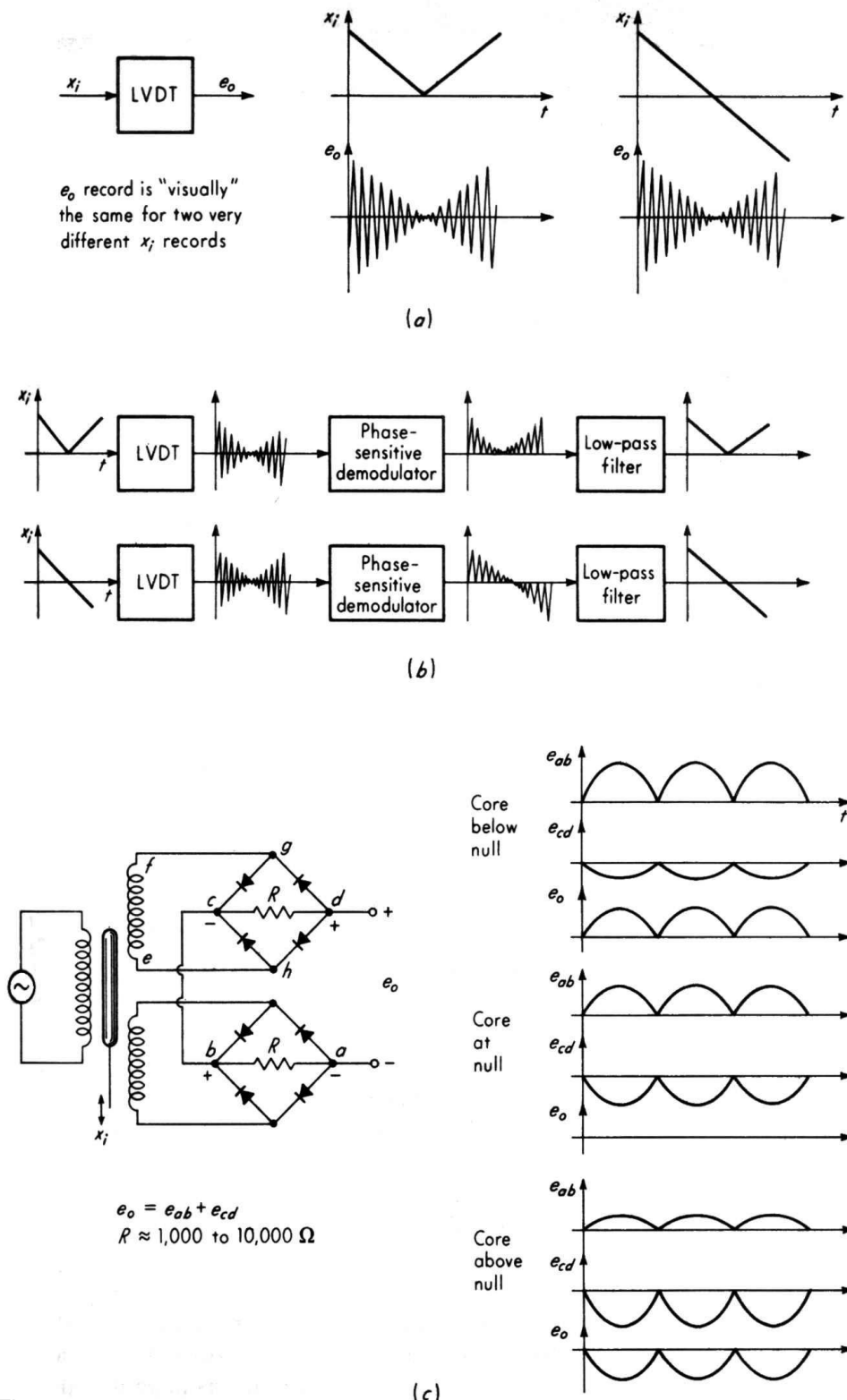


Figura 12.15



I trasformatori differenziali sono tra i trasduttori di spostamento più sensibili in commercio e riescono a discriminare facilmente variazioni di posizione di *frazioni di micron* ( $\mu\text{m}$ ). Ciò non di meno, essi forniscono anche una risposta dinamica più che “dignitosa”. A seconda della massa del nucleo, esistono LVDT che possono avere frequenze di taglio dell’ordine di alcune centinaia di hertz (Hz). Si tenga presente che l’estensione della banda passante di un trasformatore differenziale dipende anche dalla frequenza di alimentazione dell’avvolgimento primario (vedi figura 12.15) che deve essere di almeno un ordine di grandezza superiore alla massima frequenza del segnale ma, date le frequenze in gioco nei fenomeni meccanici, questa limitazione non è in genere quella critica.

esempio: si consideri un LVDT con nucleo ferromagnetico di 10 grammi che deve misurare uno spostamento periodico di  $\pm 1\text{mm}$  con frequenza di 1kHz.  
Rappresentando lo spostamento da misurare (e quindi, quello del nucleo) con  $x(t) = X_0 \text{sen} \omega t$  vale anche  $\ddot{x}(t) = -\omega^2 X_0 \text{sen} \omega t = \omega^2 X_0 \text{sen}(\omega t - \pi)$

Qualunque sia la causa dello spostamento  $x(t)$  che si sta misurando, la forza che occorre imprimere sul nucleo mediante l’asticella amagnetica (in ogni istante  $t$ ) per misurare lo spostamento inalterato vale  $F(t) = m\ddot{x}(t) = m \cdot \omega^2 X_0 \text{sen}(\omega t - \pi)$ . Tale forza è massima negli istanti di inversione del moto, ovvero quando  $x = \pm X_0$ , e vale  $F_{\max} = m\ddot{X}_0 = m \cdot \omega^2 X_0$ .

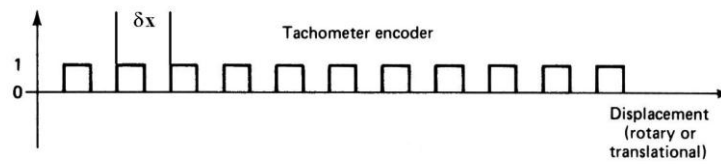
Essendo  $f = 10^3 \text{Hz}$  allora  $\omega = 2\pi f = 6,28 \times 10^3 \text{s}^{-1}$  mentre  $X_0 = 10^{-3} \text{m}$ , risulta quindi  $F_{\max} = 10^{-2} \text{kg} \times 39,4 \cdot 10^6 \text{s}^{-2} \times 10^{-3} \text{m} = 394 \text{kgms}^{-2} \cong 400 \text{N}$ .

Tale valore, all’apparenza sproorzionato, rappresenta la forza che occorre applicare all’ingresso del trasduttore negli istanti di inversione del moto per vincere le forze d’inerzia del nucleo e per evitare che l’andamento dello spostamento periodico  $x(t)$  venga pesantemente distorto dalla presenza dello strumento di misura (errore di inserzione). L’effetto appena illustrato prende il nome di **effetto di carico**.

Una classe particolare di strumenti per la misura di spostamenti lineari e angolari, capaci di fornire in uscita una codifica numerica (digitale) del valore misurato, è costituita dagli **encoder**. Questa particolare proprietà li rende adatti per l’immediata elaborazione del segnale da parte dei sistemi che eseguono il controllo numerico in posizione delle macchine utensili, dei robot industriali e dei moderni sistemi di movimentazione.

Lo spostamento viene misurato mediante il conteggio del numero di impulsi generati da un trasduttore elettromagnetico o (più frequentemente) ottico quando in prossimità del sensore passa una opportuna “traccia a tacche”, resa solidale con l’oggetto in movimento oppure con l’ambiente di riferimento.

Esistono tre diverse tipologie di encoder, classificati in base al tipo di informazione che forniscono in uscita. Il più semplice è l’**encoder tachimetrico**: una traccia a tacche (o una ruota a settori) bianco-neri viene fissata sull’oggetto di cui si vuole misurare lo spostamento lineare (angolare); ogni volta che il sensore rileva una transizione scuro-chiaro invia un impulso  $0 \rightarrow 1$  che viene registrato da un contatore elettronico. La distanza  $\delta x$  tra le tacche sulla traccia è un dato di progetto, quindi la distanza  $x$  (o l’angolo) percorsi nello spostamento è direttamente proporzionale al numero  $n$  di impulsi contati:  $x = n \cdot \delta x$ . Infine, il numero di impulsi contati in ogni secondo è proporzionale alla velocità osservata durante lo spostamento, da qui il nome di questa categoria di encoder.



Dalla figura di sopra si riconosce che la risoluzione (sensibilità) sullo spostamento è pari a  $\delta x/2$ .

Un classico esempio di encoder tachimetrico (non ottico), largamente impiegato nell'industria automobilistica è costituito dalle *ruote foniche*, uno schema di principio delle quali è riportato nella figura qui sotto. Il sensore è costituito quasi sempre da un trasduttore induttivo di prossimità.

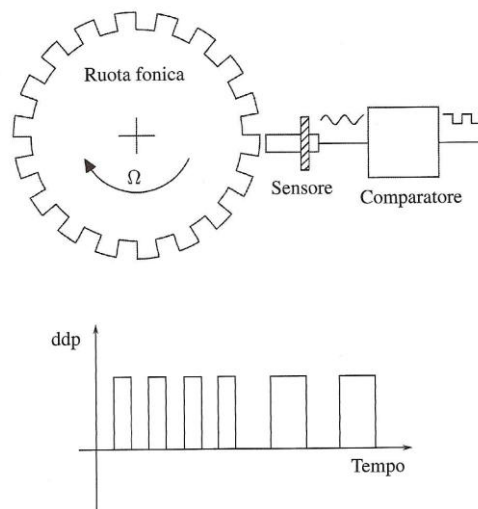
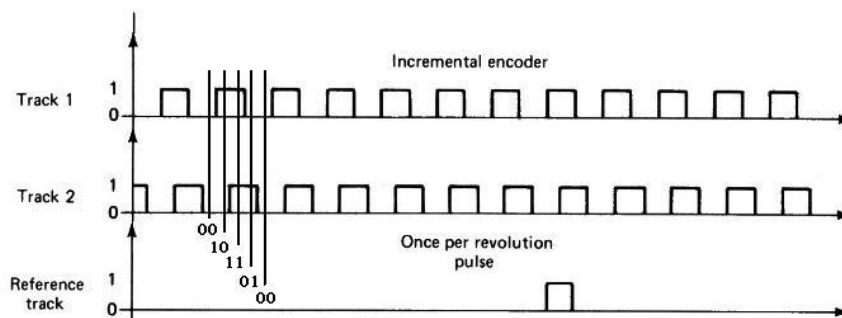


Figura 12.16

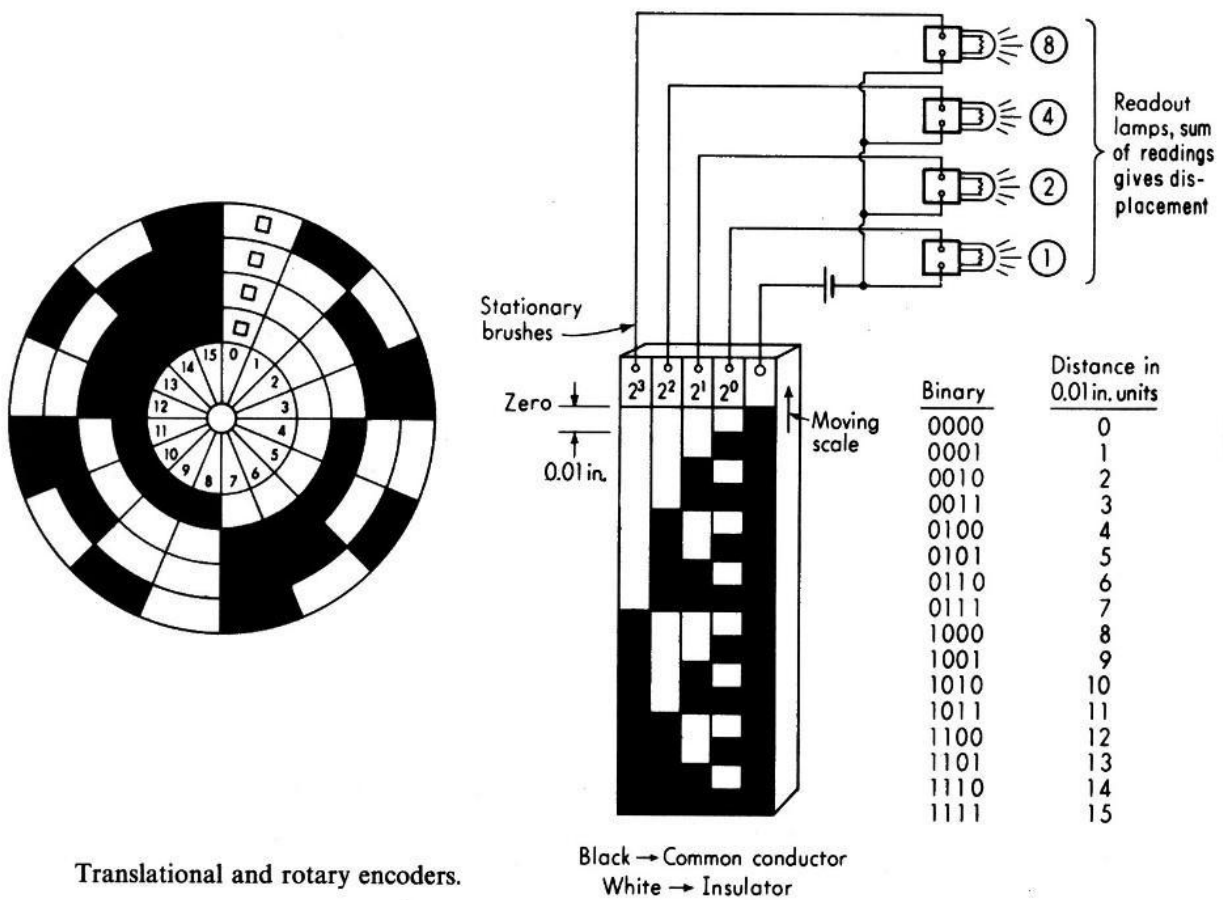
A causa della loro semplicità operativa, gli encoder tachimetrici non sono in grado di riconoscere il verso dello spostamento. Per avere questa informazione bisogna ricorrere agli **encoder incrementali**. Costruttivamente essi sono simili agli encoder tachimetrici, ma sono equipaggiati con due tracce a tacche sfalsate di 1/4 di periodo tra loro (*in quadratura*) e da due sensori (quasi tutti ottici a LED e fotodiode). Spesso è presente una terza traccia con una sola tacca che svolge unicamente la funzione di tacca di riferimento.



La distanza è sempre misurata mediante il conteggio delle tacche equispaziate e la velocità mediante il conteggio delle tacche nell'unità di tempo. Il verso del moto, invece, è indicato da quale traccia effettua per prima la transizione basso  $\rightarrow$  alto ( $0 \rightarrow 1$ ). Se la effettua il rivelatore 1, allora lo spostamento è nel verso positivo, se la effettua prima il rivelatore 2 allora lo spostamento è



negativo. In assenza della traccia di riferimento, all'inizio della misura il contatore segnerebbe sempre zero, indipendentemente dalla posizione reale del rivelatore e in caso di accidentale interruzione dell'alimentazione "perderebbe il conto" di dove si trova il rivelatore. La terza traccia, con un'unica tacca di riferimento, è particolarmente utile nel caso di encoder con traccia a disco per la misura dello spostamento angolare. La risoluzione in posizione di questi dispositivi è pari a  $\delta x/4$ . Gli **encoder assoluti** sono gli unici a realizzare una corrispondenza biunivoca tra la posizione del rivelatore sulla traccia e le stringhe digitali. Per far ciò essi necessitano di più tracce e di una "schiera" di rivelatori in parallelo. Ogni traccia rappresenta direttamente il valore del rispettivo bit ed è la combinazione dei bit in codice binario, a partire dal LSB fino al MSB, che indica la posizione dei rivelatori rispetto alle tracce. Un esempio concettuale di encoder assoluto a 4 bit è riportato sotto nella figura 12.17.



Translational and rotary encoders.

Figura 12.17

Il codice binario puro presenta però per gli encoder un problema assai singolare. In corrispondenza a quegli spostamenti rappresentati da un cambio di stato simultaneo di più di un bit, ad esempio in figura 12.17 nel passaggio da 3 a 4, oppure da 11 a 12, impercettibili errori di sincronizzazione tra i bit potrebbero portare il dispositivo a indicare prima la stringa 14 e poi 12 con rischi di instabilità. Il problema è particolarmente sentito quando all'encoder è affidato il compito (assai frequente) di misurare lo spostamento per eseguire un controllo automatico sulla posizione. Per questo motivo gli encoder assoluti utilizzano quasi tutti una codifica binaria particolare, progettata in modo che per



ogni spostamento corrispondente ad “una unità numerica”  $\delta x = \text{LSB}$  la transizione di stato  $0 \rightarrow 1$  (o viceversa) abbia luogo per un singolo bit. Tale codifica prende il nome di **codice Gray**.

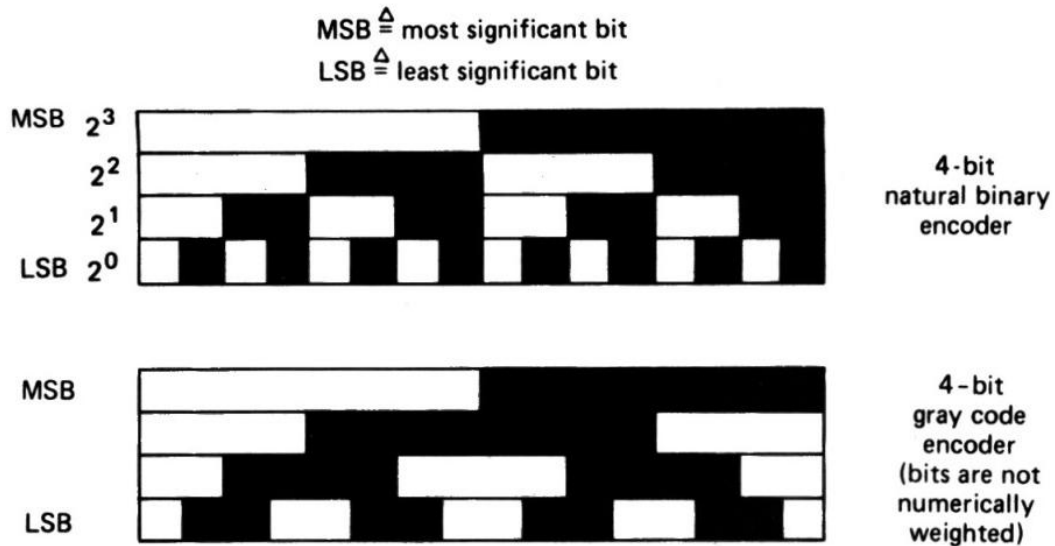
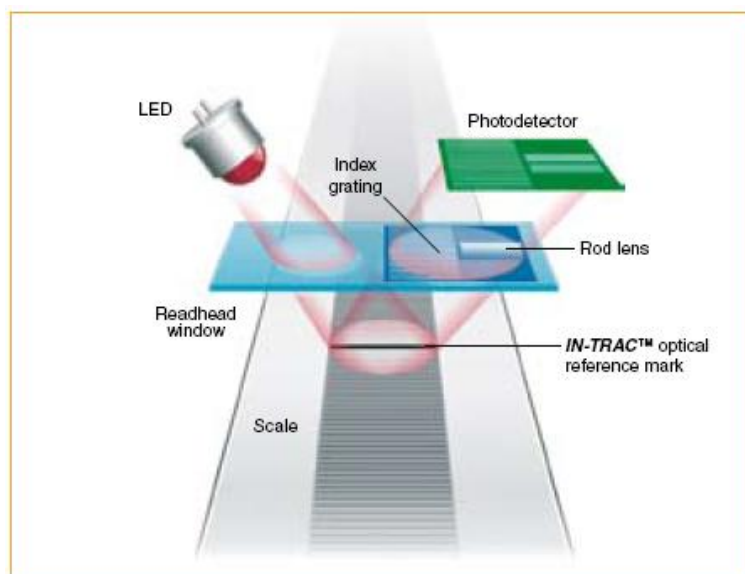


Figura 12.18

Gli encoder sono tutti misuratori *senza contatto* quindi producono un errore di inserzione quasi sempre trascurabile. Le tacche possono essere incise sulla traccia a distanze dell'ordine dei *micron*, conferendo a questi misuratori una risoluzione (sensibilità) formidabile. Uno schema di principio di un sensore ottico per encoder commerciale è riportato nella figura sotto.



Gli encoder richiedono però la presenza di una traccia a tacche da incollare sul pezzo in movimento. Benché oggi si producano tracce di considerevole lunghezza (anche metri) e molto sottili, non è sempre lecito trascurare l'effetto di carico che tali masse potrebbero avere sui pezzi in rapido movimento alternativo. Per questo motivo i costruttori limitano prudentemente la risposta dinamica di questi misuratori a poche centinaia di Hz.





Note:

Figure 12.1, 12.2, 12.3, 12.4, 12.7, 12.9, 12.10 courtesy of:  
Branca F.P. – *Misure Meccaniche* – ed. ESA

Figure 12.5, 12.6, 12.12, 12.15, 12.17, 12.18 courtesy of:  
Doebelin E.O. – *Measurement systems, application and design* – McGraw Hill

Figure 12.11, 12.13, 12.14 courtesy of:  
Bechwith, Marangoni, Lienhard – *Mechanical Measurements* – Addison & Wesley